

**А. В. БОЙКО, А. П. УСАТЫЙ****ИСПОЛЬЗОВАНИЕ BIARC-КРИВЫХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ КОНТУРА  
ТУРБИННЫХ ПРОФИЛЕЙ**

**АННОТАЦИЯ** В работе рассмотрена возможность использования BiArc-кривых для математического описания турбинных профилей. Приведены элементы теории построения BiArc-кривых. Рассмотрены особенности описания контуров выпуклой и вогнутой частей турбинных профилей с помощью BiArc-кривых. Описан алгоритм автоматического построения контуров турбинных профилей с использованием геометрического критерия качества. Приведены примеры построения турбинных профилей с использованием BiArc-кривых с различными исходными данными.

**Ключевые слова:** BiArc-кривая, турбинная решетка, турбинный профиль, математическое описание формы турбинного профиля.

**A. BOIKO, A. USATY****USE BIARC-CURVES FOR CONTOUR DESCRIPTION OF THE TURBINE PROFILES**

**ABSTRACT** The article analyzes the possibility of using BiArc-curves for the mathematical description of turbine profiles. Confirmed the relevance of the application BiArc-curves in the manufacture of turbine blades. The article presents some of the elements of the theory of building BiArc-curves. The algorithm for determining the coordinates of conjugate points, radii and angles of opening arcs BiArc-curve is shown in the work. Strong influence on the quality of BiArc-curve, provide the coordinates of the point arc connection. Also, the description of certain structural features of convex and concave contours profiles turbines using BiArc-curves. Here the algorithm of automatic construction of a turbine profile using geometric criteria of quality. Optimization problem is solved for each element BiArc-curve using a quadratic fit DSC-Powell. Method of construction of turbine profiles using BiArc-curves programmed in the language c++. Screenshot of dialog boxes and graphics programs can be found in the article. The examples of constructing profiles turbines using BiArc-curves with different initial data. Received confirmation of the possibility to describe the contours of turbine profiles using BiArc-curves.

**Key words:** BiArc-curve, turbine cascade, turbine profile, a mathematical description of shapes Turbine Profile.

**Введение**

К вопросу математического описания контура турбинных профилей обращаются многие исследователи. Достаточно часто для этих целей используют кривые Безье [1–3], кубические интерполяционные сплайны [1], полиномы высокого порядка [4], параболические кривые [5], массивы точек [6]. Следует отметить, что наиболее ранние попытки построить контур турбинного профиля были основаны на использовании дуг окружностей. Применение дуг окружностей для формирования контуров турбинных профилей получило в свое время очень большое распространение при проектировании и производстве сопловых и рабочих лопаток осевых турбин [7, 8]. Популярность и широкое распространение применения дуг окружностей для описания контура турбинных профилей обусловлено в первую очередь простотой фрезерной технологии и относительно низкой стоимостью изготовления турбинных лопаток, сформированных из таких профилей. Отмеченные преимущества применения дуг окружностей для формирования контуров турбинных профилей актуальны и сегодня. Вместе с тем, сам процесс определения параметров дуг окружностей и координат точек их сопряжения на контуре профиля до настоящего времени полностью не формализован и зачастую для получения профиля применяется полуэмпирический метод подбора параметров, описывающих

его дуг. Следует, также отметить, что с математической точки зрения невозможно создать универсальный алгоритм описания вогнутой и выпуклой частей турбинных профилей с обеспечением «стандартных» граничных условий, если будет использовано нечетное количество дуг. Применение нечетного количества дуг позволяет успешно построить контур выпуклой и/или вогнутой части турбинного профиля только в некоторых частных случаях.

Учитывая широкое распространение технологии изготовления турбинных лопаток, основанной на описании контура турбинных профилей с помощью дуг окружностей, весьма актуальной представляется задача разработки универсальной методики и алгоритма построения контуров турбинных профилей с использованием BiArc-кривых (двух сопряженных дуг). Применение BiArc-кривых существенно расширит множество математически корректных решений и позволит создать универсальную методику описания контуров вогнутой и выпуклой частей профиля с помощью дуг окружностей.

**Цель работы**

Разработка метода математического описания контуров выпуклой и вогнутой частей турбинного профиля с помощью теории BiArc-кривых, что позволит ставить оптимизационные задачи и

получать наиболее эффективные турбинные профили данного класса.

### Изложение основного материала Некоторые элементы и особенности теории построения *BiArc*-кривых

Вопросам теории интерполяции и аппроксимации с использованием *BiArc*-кривых посвящено достаточно много научных работ [9–15], наиболее удачное изложение этой теории с точки зрения применения ее для описания контуров турбинных профилей изложено в [15], которое и было взято за основу при разработке методики описания контуров турбинных профилей *BiArc*-кривыми.

Базовым элементом *BiArc*-кривой являются две сопряженные дуги. Следует отметить, что *BiArc*-кривые используются для решения задач интерполяции как на плоскости, так и в трехмерном пространстве. Учитывая, что в статье рассматривается задача построения контуров турбинных профилей на плоскости, все дальнейшее изложение материала будет касаться плоских *BiArc*-кривых. Из двумерной теории *BiArc*-кривых известно, что две заданные точки ( $p_1$  и  $p_2$ ) с известными координатами и нормированными значениями касательных в этих точках всегда можно соединить двумя сопряженными дугами окружностей. Приведем алгоритм определения координат точки сопряжения двух дуг и их основных характеристик. Некоторые обозначения и положения теории *BiArc*-кривых взяты с [15].

Будем считать, что нам известны (заданы) следующие параметры (см. рис. 1):

- 1  $p_1(x_1, y_1)$  – координаты 1-й точки;
- 2  $p_2(x_2, y_2)$  – координаты 2-й точки;
- 3  $t_1\{x_{t1} = \cos(\delta_1), y_{t1} = \sin(\delta_1)\}$  – нормированные значения 1-й производной в точке  $p_1$ ;
- 4  $t_2\{x_{t2} = \cos(\delta_2), y_{t2} = \sin(\delta_2)\}$  – нормированные значения 1-й производной в точке  $p_2$ .

Необходимо определить:

- 1  $c_1(x_1, y_1)$  – координаты центра 1-й дуги;
- 2  $c_2(x_2, y_2)$  – координаты центра 2-й дуги;
- 3  $p_m(x_m, y_m)$  – координаты точки сопряжения двух дуг;
- 4  $\theta_1$  – угол раскрытия 1-й дуги;
- 5  $\theta_2$  – угол раскрытия 2-й дуги.

Из вышеприведенных пунктов 3 и 4 соответственно видно, что  $|t_1| = 1$  и  $|t_2| = 1$ .

Учитывая, что расстояние между точками  $q_1$  и  $q_2$  равно сумме расстояний между точками  $p_1$  и  $q_1$  и точками  $p_2$  и  $q_2$  (см. рис. 1), можно используя терминологию векторной алгебры записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} q_1 = p_1 + d_1 \cdot t_1, \\ q_2 = p_2 + d_2 \cdot t_2, \\ |q_1 - q_2| = d_1 + d_2. \end{cases} \quad (1)$$

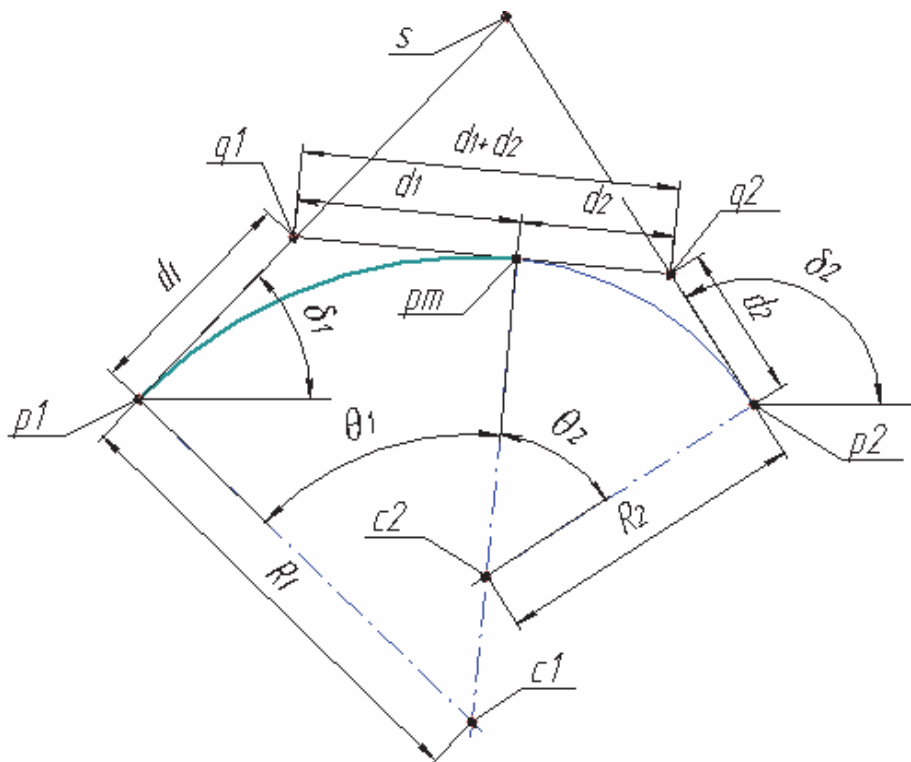


Рис. 1 – Схема сопряжения двух дуг базового элемента *BiArc*-кривой

Определим координаты точки сопряжения  $p_m$ , как взвешенную сумму точек  $q_1$  и  $q_2$ :

$$p_m = q_1 \cdot \frac{d_2}{d_1 + d_2} + q_2 \cdot \frac{d_1}{d_1 + d_2},$$

$$p_m = (p_1 + d_1 t_1) \frac{d_2}{d_1 + d_2} + (p_2 + d_2 t_2) \frac{d_1}{d_1 + d_2}. \quad (2)$$

Для упрощения изложения материала введем вспомогательный вектор  $v$ , равный разности векторов  $p_2$  и  $p_1$ :

$$v = p_2 - p_1. \quad (3)$$

Выразим расстояние  $d_2$  через  $d_1$ . Запишем квадрат суммы расстояний  $(d_1 + d_2)^2$  через произ

$$\left\{ \begin{array}{l} (q_2 - q_1) \cdot (q_2 - q_1) = (d_2 + d_1)^2, \\ (p_2 - d_2 \cdot t_2 - p_1 - d_1 \cdot t_1) \cdot (p_2 - d_2 \cdot t_2 - p_1 - d_1 \cdot t_1) = (d_2 + d_1)^2, \\ (v - d_2 \cdot t_2 - d_1 \cdot t_1) \cdot (v - d_2 \cdot t_2 - d_1 \cdot t_1) = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + d_2^2 \cdot t_2 \cdot t_2 + 2d_1 d_2 \cdot t_1 \cdot t_2 + d_1^2 \cdot t_1 \cdot t_1 = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + d_2^2 + 2d_1 d_2 \cdot t_1 \cdot t_2 + d_1^2 = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + 2d_1 d_2 \cdot (t_1 \cdot t_2 - 1) = 0, \\ v \cdot v - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 - d_2 (2v \cdot t_2 - 2d_1 (t_1 \cdot t_2 - 1)) = 0, \\ d_2 = \frac{v \cdot v - 2d_1 \cdot v \cdot t_1}{2v \cdot t_2 - 2d_1 (t_1 \cdot t_2 - 1)}. \end{array} \right. \quad (4)$$

И окончательно

$$d_2 = \frac{\frac{1}{2} v \cdot v - d_1 \cdot v \cdot t_1}{v \cdot t_2 - d_1 (t_1 \cdot t_2 - 1)}. \quad (5)$$

Каждый из центров дуг будем определять, как точку пересечения двух прямых. Так для  $c_1$  – первая прямая, проходит через точку  $p_1$  (см. рис. 1) и перпендикулярна отрезку  $(p_1, s)$ , а вторая прямая проходит через точку  $p_m$  и перпендикулярна отрезку  $(q_1, p_m)$ . Аналогично для центра второй дуги ( $c_2$ ) – первая прямая соответствует второй прямой для  $c_1$ , а вторая прямая должна проходить через  $p_2$  и быть перпендикулярной отрезку  $(p_2, s)$ . В виду тривиальности операций, основанных на зависимостях по определению координат точки пересечения двух прямых, используемых для определения координат точек  $c_1$  и  $c_2$ , подробное изложение этого материала опускается. По аналогичным соображениям не приводятся также и зависимости для определения радиусов дуг  $R_1$  и  $R_2$ , и углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

ведение разности векторов  $(q_2 - q_1)$  и проведем ряд преобразований (4). В результате получаем зависимость (5), которая позволяет определить расстояние  $d_2$  в зависимости от значений  $d_1, v, t_1$  и  $t_2$ .

Учитывая, что  $v, t_1$  и  $t_2$  являются исходными данными, то зависимость (5) является функцией  $d_2 = f(d_1)$ . Таким образом, изменяя значение  $d_1$ , мы получаем бесконечное множество решений для  $d_2$ . Зная  $d_1$  и  $d_2$ , и используя зависимость (2) можно определить точку сопряжения двух дуг ( $p_m$ ). Формализуя вышеизложенное, определим связь между  $d_2$  и  $d_1$ :

### Особенности построения *BiArc*-кривых с высокой степенью плавности

В первую очередь следует определиться с алгоритмом нахождения значения  $d_1$ . Выбор значения  $d_1$  имеет большое влияние на форму *BiArc*-кривой (см. рис. 2).

Большие значения  $d_1$  приводят к длинным и слабоизогнутым дугам. Значения  $d_1$  близкие к нулю сделают первую дугу компактной и сильноизогнутой. При некоторых значениях  $d_1$ , например, при  $d_1 > |s - p_1|$  могут возникнуть случаи, не имеющие решения. В данной работе величина  $d_1$  определяется из зависимости (6)

$$d_1 = k |s - p_1|, \quad (6)$$

где  $0 < k < 1$  – коэффициент соответствующий доле расстояния  $d_1$  в длине отрезка  $(p_1, s)$ . Длина отрезка  $(p_1, s)$  всегда может быть определена, если будут известны координаты точки  $s$ . Последние легко определяются как результат пересечения двух прямых, проходящих через точки  $p_1$  и  $p_2$  и имеющих направления  $t_1$  и  $t_2$ , соответственно.

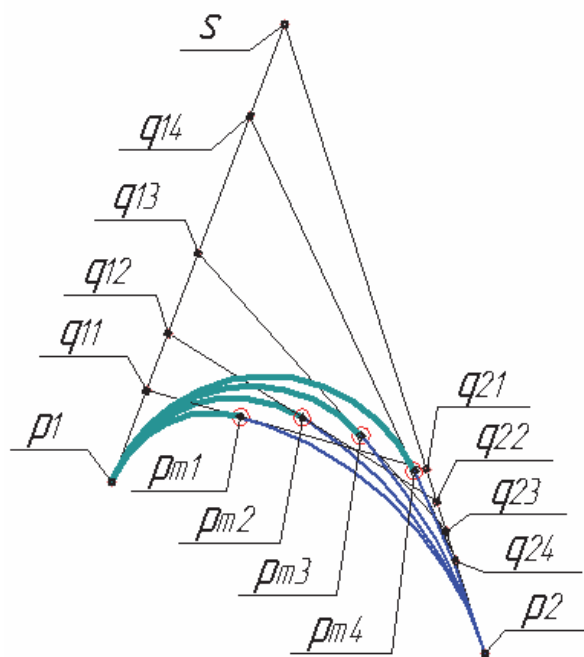


Рис. 2 – Влияние коэффициента  $k$  на форму  $BiArc$ -кривой

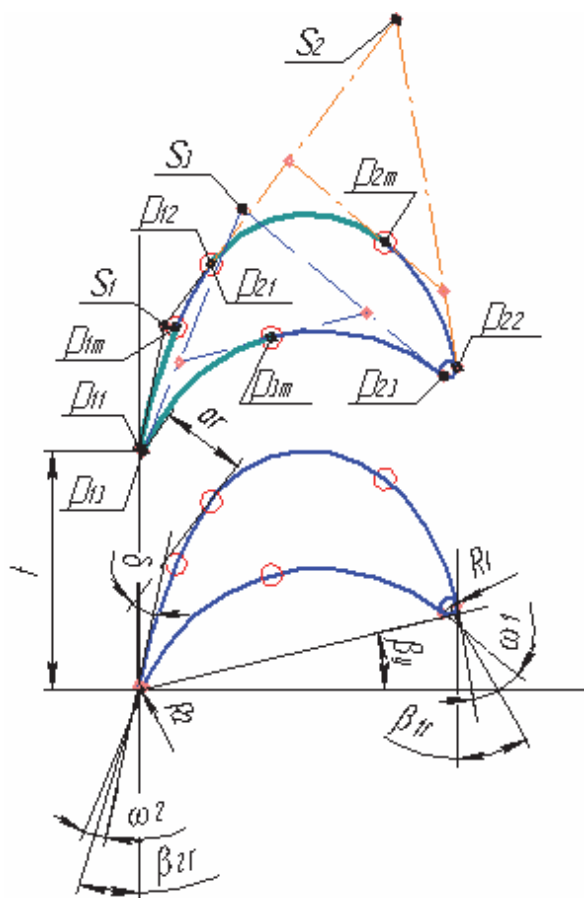


Рис. 3 – Построение контуров турбинного профиля с помощью  $BiArc$ -кривой

Как видно из рис. 2 при одних и тех же значениях исходных данных ( $p_1, p_2, t_1, t_2$ ) можно получить бесконечное множество решений для  $BiArc$ -кривой, что позволяет ставить оптимизационную задачу получения наилучшего решения. В качестве функции цели может быть эвристический критерий (например, хорошо зарекомендовавший себя критерий минимума максимума кривизны) или минимум профильных/интегральных потерь в решетке.

В данной работе использовался геометрический критерий качества. Учитывая то, что величина  $d_1$  по сути зависит от безразмерного нормированного коэффициента  $k$  (6). Для получения «наилучшей»  $BiArc$ -кривой необходимо найти соответствующее значение коэффициента  $k$ . Для достижения этой цели решается задача минимизации максимальной кривизны кривой  $d_1$  или максимизации минимального радиуса одной из двух сопряженных дуг. Понятно, что в общем случае  $R_1 \neq R_2$ , и всегда (за исключением случая, когда  $R_1 = R_2$ ), у одной из двух дуг радиус будет меньше. С учетом этого ставится задача найти такое значение  $k$  в области  $0 < k < 1$ , которое обеспечит из всех возможных минимальных радиусов дуг максимальное его значение. В формализованном виде эта задача выглядит следующим образом

$$R_{(1 \text{ или } 2)} = \max \{R_{(1,2)}^{\min}(k)\}. \quad (7)$$

В результате мы получим значение коэффициента  $k$ , обеспечивающее максимально возможную плавность элемента кривой  $BiArc$ , состоящего из двух разных дуг окружностей. Решается данная задача методом одномерного поиска – квадратичной аппроксимации  $DSC$ -Powell.

#### Описание обводов турбинных профилей с помощью $BiArc$ -кривых высокой степени плавности

Как видно из рис. 3 для построения контуров турбинного профиля достаточно трех участков с  $BiArc$ -кривыми (два участка на выпуклой части профиля, разделенные «горловой» точкой, и один участок на вогнутой части – всего шесть дуг окружностей).

Все необходимые данные для построения  $BiArc$ -кривых на каждом участке являются аналогичными, как и для других методов математического описания контуров турбинных профилей. К ним, прежде всего, относятся координаты точек сопряжения входной и выходной кромок с вогнутой и выпуклой частями профиля (точки  $p_{11}, p_{13}, p_{22}, p_{23}$ ), а также точка «горла» на выпуклой части контура профиля. Следует отметить, что точка «горла» используется для построения, как первого участка  $BiArc$ -кривой (точка  $p_{12}$ ), так

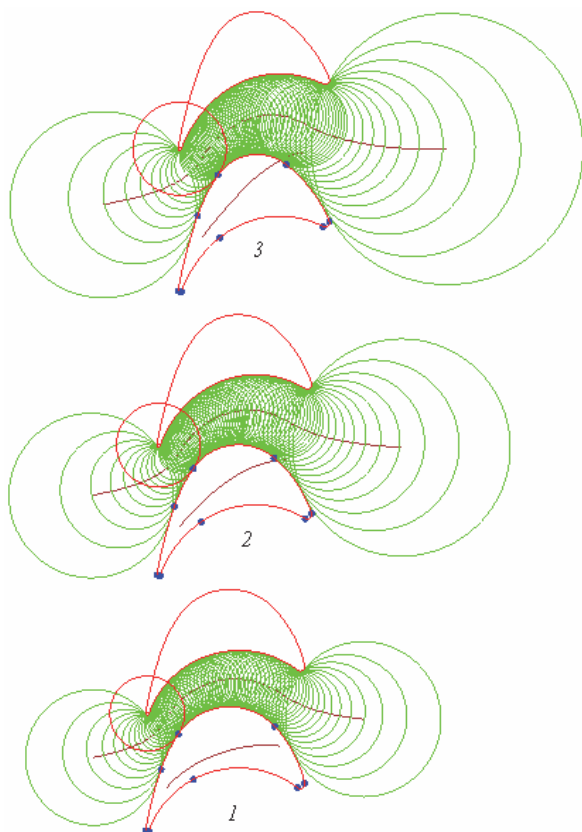


Рис. 4 – Профили и каналы корневого (1), среднего (2) и периферийного (3) сечений рабочей решетки первой ступени ЦСД турбины К-800-23,5

и второго участка *BiArc*-кривой выпуклой части профиля (точка  $p_{21}$ ). Естественно, в отмеченных точках, используя общеизвестные зависимости [16, 17] всегда можно определить и значения первых производных.

В качестве примера возможности использования *BiArc*-кривых для построения контуров турбинных профилей на рис. 4. Приведены, построенные по описанной методике, профили и каналы корневого, среднего и периферийного сечений рабочей решетки первой ступени ЦСД турбины К-800-23,5, а на рис. 5 – профили корневых сечений первых шести ступеней ЦСД этой же турбины. Кривые на нижних профилях описывают изменение конфузурности вдоль канала решетки.

Как видно из рис. 4, 5 предложенный метод построения профилей рабочих решеток позволяет эффективно строить рабочие профили, описанные сопряженными дугами окружностей для различных ступеней и сечений по высоте лопатки.

Для автоматизации построения турбинных профилей с использованием *BiArc*-кривых была разработана подсистема профилирования для САПР «Турбоагрегат». Скриншот диалогового окна подсистемы профилирования приведен на рис. 6. Особенность данной подсистемы заключа-

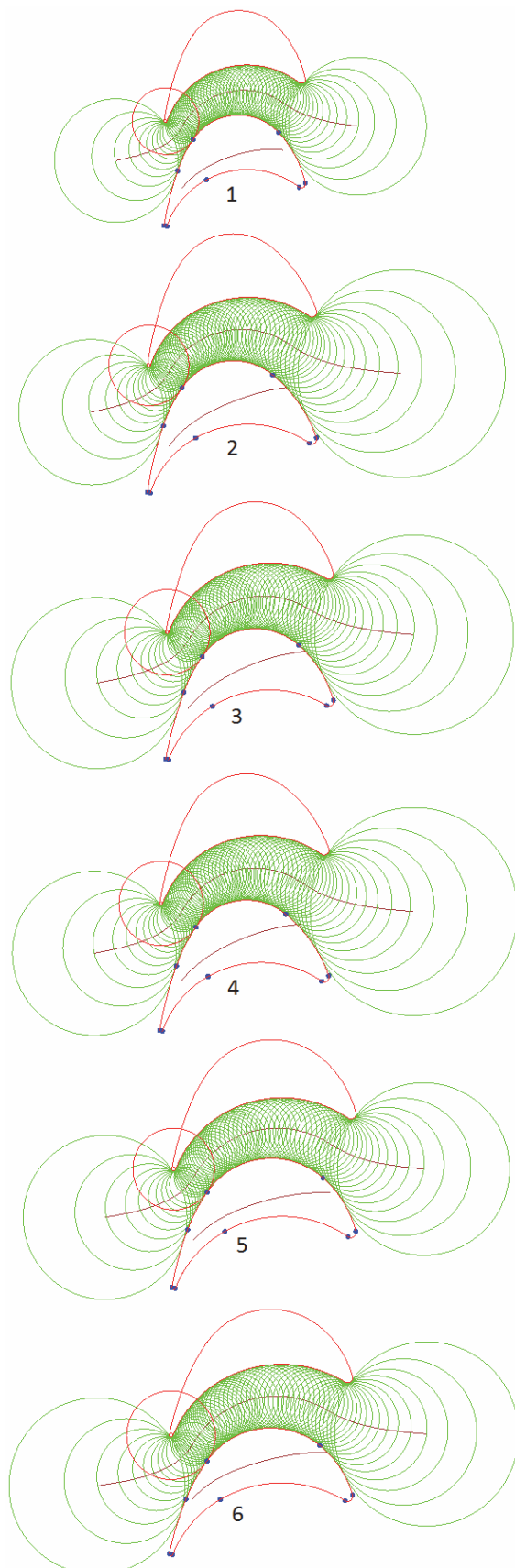


Рис. 5 – Профили и каналы корневых сечений рабочей решетки первых шести ступеней ЦСД турбины К-800-23,5

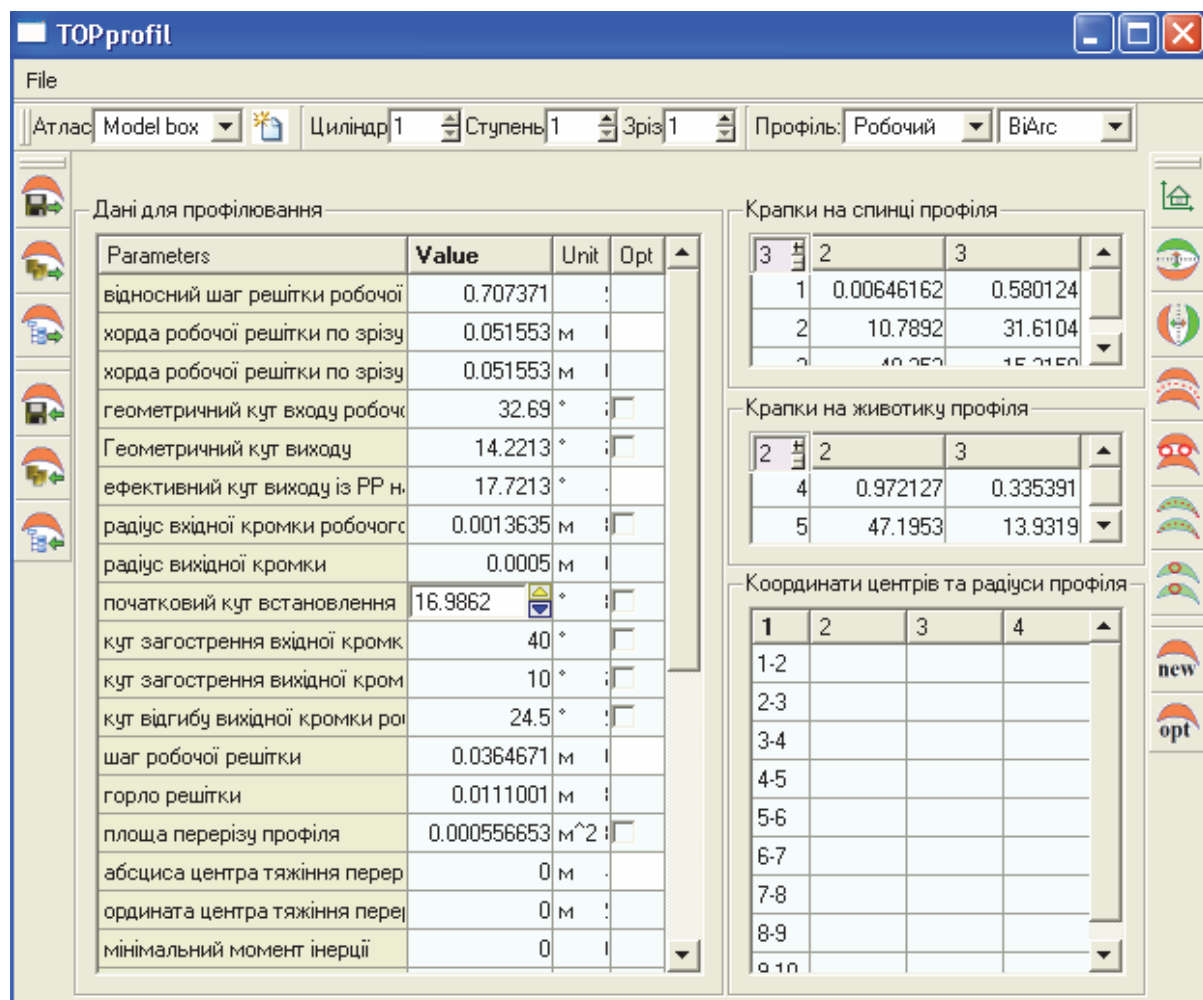


Рис. 6 – Диалоговое окно проектирования турбинных профилей с помощью ViArc-кривых

ється в том, що вона безпосередньо пов'язана з єдиним інтегрованим інформаційним простором проектів багатоступінчатих проточних частин осевих турбін, що дозволяє проектувати турбінні профілі соплової і робочої решіток будь-якого сечення будь-якої турбінної ступені, проектуваної (оптимізуваної) осевої турбіни.

### Обсуждение результатов

Как указывалось, ранее, в настоящее время разработаны ряд методов построения профилей турбинных решеток, с помощью которых (используя параметры управления) можно целенаправленным поиском получать наилучшие из множества построенных по выбранной методике [1]. Предлагаемый в статье метод, отличающийся своей простотой и технологичностью, пополняет набор методов, предназначенных для получения эффективных профилей. В то же время, следует подчеркнуть, что накопленный десятилетиями опыт турбостроения говорит о целесообразности получения профилей с плавно меняющейся кривизной вдоль обвода профиля. Однако, как указывалось ранее в

литературе [16], вопрос, касающийся характера изменения кривизны вдоль контура профиля до конца не изучен. Поэтому предлагаемый метод построения профилей, пополняя набор возможных методов построения с применением целенаправленного выбора наилучшего варианта, предоставляет конструктору возможность его применения в случае жестких технологических ограничений при изготовлении лопаток.

### Выводы

Разработан метод построения турбинных профилей, который позволяет описывать контуры выпуклой и вогнутой частей профиля с помощью парных дуг окружностей. Последнее дает широкие возможности учета технологии изготовления пера лопаток с помощью фрез. Метод позволяет ставить оптимизационные задачи и получать наиболее эффективные профили данного класса как по геометрическому критерию минимума максимума кривизны, так и по минимальным потерям в решетках.



## Список литературы

- 1 **Бойко, А. В.** Проектирование оптимальных турбинных профилей с помощью кубических интерполяционных сплайнов / **А. В. Бойко, А. П. Усатый, В. С. Баранник** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 9(1181). – С. 31–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.
- 2 **Fazil, J.** Investigation of airfoil profile design using reverse engineering Bezier curve / **J. Fazil, V. Jayakumar** // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2011. – № 7. – P. 43–52. – ISSN 2466-4308.
- 3 **Бойко, А. В.** Пространственная оптимизация лопатки прямой турбинной решетки с изменением профиля по высоте / **А. В. Бойко, Ю. Н. Говорущенко, В. С. Баранник** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2013. – № 14(988). – С. 5–10. – Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2078-774X.
- 4 **Кожевников, С. Н.** Геометрический критерий плавности контура профиля турбинной лопатки / **С. Н. Кожевников** // Известия высших учебных заведений. Серия: Энергетика. – Минск, 1989. – С. 91–93.
- 5 **Русанов, А. В.** Метод аналитического профилирования лопаточных венцов проточных частей осевых турбин / **А. В. Русанов, Н. В. Пашенко, А. И. Косьянова** // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – Т. 2, № 7. – С. 32–37. – ISSN 1729-3774.
- 6 **Виноградов, Л. В.** Аналитический обвод спинки соплового профиля / **Л. В. Виноградов** // Материалы 77-й международной научно-технической конференции ААИ «Автомобиль- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров», 27–28 марта 2012 г. – Москва : МГТУ «МАМИ». – С. 48–55. – Режим доступа: [http://mami.ru/science/aai77/scientific/article/s02/s02\\_07.pdf](http://mami.ru/science/aai77/scientific/article/s02/s02_07.pdf). – 22.01.2014.
- 7 Профили направляющих лопаток постоянного сечения паровых стационарных турбин. Типы, основные параметры и размеры. ОСТ 108.260.01-84. – Москва, 1984. – 59 с.
- 8 Профили рабочих лопаток постоянного сечения паровых стационарных турбин. Типы, основные параметры и размеры. ОСТ 108.260.02-84. – Москва, 1984. – 23 с.
- 9 **Piegl, L.** BiArc approximation of NURBS curves / **L. Piegl, W. Tiller** // Comput-Aided Des. – 2005. – No. 34(11). – P. 807–814.
- 10 **Held, M.** BiArc approximation of polygons within asymmetric tolerance bands / **M. Held, J. Eibl** // Comput-Aided Des. – 2005. – No. 37(4). – P. 357–371.
- 11 **Tseng, Y.-J.** Numerically controlled machining of free-form curves using BiArc approximation / **Y.-J. Tseng, Y.-D. Chen, C.-C. Liu** // Int J Adv Manuf Technol. – 2001. – No. 17(11). – P. 783–790.
- 12 **Tae-wan, Kim.** Internal energy minimization in BiArc interpolation, Received: 3 September 2008 / **Tae-wan Kim, Yoo-chul Kim, Jung-chun Suh, Sanyuan Zhang, Zhouwang Yang** // Int J Adv Manuf Technol. – 2009. – No. 44. – P. 1165–1174. – doi: 10.1007/s00170-009-1929-7.
- 13 **Kazimierz Jakubczyk.** Approximation of Smooth Planar Curves by Circular Arc Splines May 30, 2010 (rev. January 28, 2012). – Mode of access: <http://kaj.uniwersytetradom.pl/prace/BiArcs.pdf>. – 02.12.2014.
- 14 **Tirupathi R. Chandrupatla,** Department of Mechanical Engineering, Thomas J. Osler, Department of Mathematics Rowan University Glassboro, New Jersey 08028, Planar BiArc Curves – A Geometric View. – Mode of access: <https://pdfs.semanticscholar.org/7fc2/6b2b76d94a88c8dab7ea17ac97d22dcc117d.pdf>. – 12.01.2016.
- 15 **Ryan Juckett,** BiArc Interpolation, May 16, 2014. – Mode of access: <http://www.ryanjuckett.com/programming/biarc-interpolation>. – 12.01.2016.
- 16 **Бойко, А. В.** Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин : моногр. / **А. В. Бойко**. – Харьков : Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – 152 с.
- 17 **Аронов, Б. М.** Профилирование лопаток авиационных газовых турбин / **Б. М. Аронов, М. И. Жуковский, В. А. Журавлев**. – Москва : Машиностроение, 1975. – 192 с.

## Bibliography (transliterated)

- 1 **Boiko, A. V., Usaty, A. P. and Barannik, V. S.** (2016), "Designing Optimal Turbine Profiles Using Cubic Interpolation Spline", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 9(1181), pp. 31–36, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.
- 2 **Fazil, J. and Jayakumar, V.** (2011), "Investigation of airfoil profile design using reverse engineering Bezier curve", *Journal of Engineering and Applied Sciences*, No. 7, pp. 43–52, ISSN 2466-4308.
- 3 **Boiko A. V., Govorushchenko Yu. N., Barannik V. S.** (2013), "The spatial optimization of direct turbine row blade by changing profile in height", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 14(988), pp. 5–10, ISSN 2078-774X.
- 4 **Kozhevnikov, S. N.** (1989), "Geometric criterion of contour profile smoothness of the turbine blades", *Proceedings of the higher educational institutions. Series: Energy*, pp. 91–93, Minsk.
- 5 **Rusanov, A. V., Pashchenko, N. V. and Kosyanova, A. I.** (2009), "Analytical method of blade profiling of axial turbines flow paths", *Eastern European Journal of Advanced Technologies*, Vol. 2, No. 7, pp. 32–37, ISSN 1729-3774.
- 6 **Vinogradov, L. V.** (2012), "Analytical circumscription of low-pressure side of the nozzle profile", *Proceedings of the 77th International Scientific and Technical Conference AAI "Automobile and Tractor in Russia: Development Priorities and training"*, 27–28 March 2012, pp. 48–55, Moscow State Technical University "MAMI", Moscow, available at: [http://mami.ru/science/aai77/scientific/article/s02/s02\\_07.pdf](http://mami.ru/science/aai77/scientific/article/s02/s02_07.pdf) (accessed 22 January 2014).
- 7 (1984), OST 108.260.01-84. The nozzles profiles of permanent section of the stationary steam turbines. The types, basic parameters and dimensions, Moscow, Russia.

- 8 (1984), OST 108.260.02-84. The working blades profiles of permanent section of stationary steam turbines. The types, basic parameters and dimensions, Moscow, Russia.
- 9 **Piegl, L. and Tiller, W.** (2002), "BiArc approximation of NURBS curves", *Comput-Aided Des*, No. 34(11), pp. 807–814.
- 10 **Held, M., Eibl, J.** (2005), "BiArc approximation of polygons within asymmetric tolerance bands", *Comput-Aided Des*, No. 37(4), pp. 357–371.
- 11 **Tseng, Y.-J., Chen, Y.-D. and Liu C.-C.** (2001), "Numerically controlled machining of freeform curves using BiArc approximation", *Int J Adv Manuf Technol*, No. 17(11), pp. 783–790.
- 12 **Tae-wan Kim, Yoo-chul Kim, Jung-chun Suh, Sanyuan Zhang and Zhouwang Yang.** (2009), "Internal energy minimization in BiArc interpolation", *Int J Adv Manuf Technol*, No. 44, pp. 1165–1174, doi: 10.1007/s00170-009-1929-7.
- 13 **Kazimierz Jakubczyk.** (2010), Approximation of Smooth Planar Curves by Circular Arc Splines May 30, 2010 (rev. January 28, 2012), available at: <http://kaj.uniwersytetradom.pl/prace/Biarcs.pdf> (accessed 2 December 2014).
- 14 **Tirupathi R. Chandrupatla,** Department of Mechanical Engineering, Thomas J. Osler, Department of Mathematics Rowan University Glassboro, New Jersey 08028, Planar BiArc Curves – A Geometric View, available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/7fc2/6b2b76d94a88c8dab7ea17ac97d22dcd117d.pdf> (accessed 12 January 2016).
- 15 **Ryan Juckett,** BiArc Interpolation, May 16, 2014, available at: <http://www.ryanjuckett.com/programming/biarc-interpolation> (accessed 12 January 2016).
- 16 **Boiko, A. V.** (1982), *Optimal design of the axial turbine flow path*, Vishcha school. Publishing house at Kharkov Un-ty, Kharkov, Russian.
- 17 **Aronov, B. M., Zhukovsky, M. I. and Zhuravlev, V. A.** (1975), *Profiling the blades of aviation gas turbines*, Engineering, Moscow.

#### Сведения об авторах (About authors)

**Бойко Анатолий Владимирович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры турбиностроения, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина; e-mail: [aboiko@kpi.kharkov.ua](mailto:aboiko@kpi.kharkov.ua), ORCID 0000-0003-4549-3577.

**Boiko Anatoly** – Doctor of Technical Science, Professor, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university "Kharkov Polytechnic Institute", Kharkov, Ukraine.

**Усатый Александр Павлович** – доктор технических наук, старший научный сотрудник, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры турбиностроения, г. Харьков, Украина; e-mail: [alpaus@ukr.net](mailto:alpaus@ukr.net), ORCID 0000-0002-8568-5007.

**Usaty Alexander** – Doctor of Technical Science, Senior researcher, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university "Kharkov Polytechnic Institute", Kharkov, Ukraine.

*Пожалуйста ссылаетесь на эту статью следующим образом:*

**Бойко, А. В.** Использование BiArc-кривых для описания контура турбинных профилей / **А. В. Бойко, А. П. Усатый** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 8(1230). – С. 20–27. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

*Please cite this article as:*

**Boiko, A. and Usaty, A.** (2017), "Use BiArc-Curves for Contour Description of the Turbine Profiles", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 8(1230), pp. 20–27, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

*Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Бойко, А. В.** Використання BiArc-кривих для опису контуру турбінних профілів / **А. В. Бойко, О. П. Усатий** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 8(1230). – С. 20–27. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

**АНОТАЦІЯ** У роботі розглянута можливість використання BiArc-кривих для математичного опису турбінних профілів. Наведено елементи теорії побудови BiArc-кривих. Розглянуто особливості опису контурів опуклою і увігнутою частин турбінних профілів за допомогою BiArc-кривих. Описано алгоритм автоматичної побудови контурів турбінних профілів з використанням геометричного критерію якості, що забезпечує максимальну плавність ділянок BiArc-кривих. Наведені приклади побудови турбінних профілів з використанням BiArc-кривих з різними вихідними даними.

**Ключові слова:** BiArc-крива, турбінна решітка, турбінний профіль, математичний опис форми турбінного профілю.

*Поступила (received) 08.02.2017*